

(KMAP 使用例) 大型旅客機の最適レギュレータによるピッチ角制御

(KMAP114 以降のバージョンで解析可能)

2017 (H29). 10. 31

KMAP (ケーマップ) 研究会 片柳亮二

図 1 のピッチ角制御系を最適レギュレータで設計する。

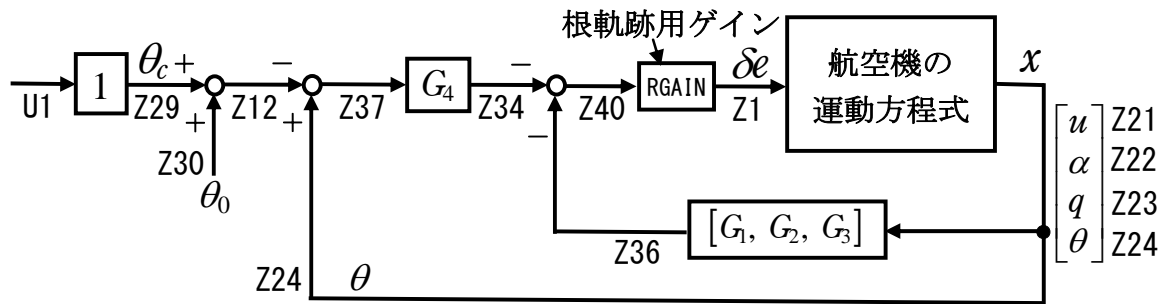


図 1 ピッチ角制御系のブロック図

(CDES. 最適レギュレータ. ピッチ角制御 1. Y171030. DAT)

いま，制御対象の状態方程式が次のように表されるとする。

$$\begin{cases} \dot{x} = A_p x + B_2 u \\ y = C_p x \end{cases} \quad (2.2-1)$$

ここで， x は状態変数ベクトル， u は制御入力ベクトル， y は評価関数用応答ベクトル， A_p はシステム状態行列， B_2 は制御入力行列， C_p は評価関数用応答設定行列である。このとき，評価関数を

$$J = \int_0^{\infty} (y^T Q_y y + u^T R u) dt \quad (2.2-2)$$

とおくと，この評価関数を最小とするフィードバック制御則が次式で与えられる。

$$u = -R^{-1} B_2^T P x \quad (2.2-3)$$

ここで， P は次式の代数形行列リカッチ方程式

$$P A_p + A_p^T P - P B_2 R^{-1} B_2^T P + C_p^T Q_y C_p = 0 \quad (2.2-4)$$

の正値対称な解である。

評価関数用応答設定行列 C_p は，例えば次のように設定する。

$$y = \begin{bmatrix} \alpha \\ \theta \end{bmatrix} = C_p x, \quad \therefore C_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

このとき，評価関数の重みは，例えば次のように設定する。

```

----<最適レギュレータ>(重み Qy, R) ----
[ 1].... Qy( 1, 1)= 0.1000000E+01
[ 2].... Qy( 2, 2)= 0.1000000E+02
[ 3].... R( 1, 1)= 0.1000000E+01

```

KMAPでは、最適レギュレータ(LQR)の設計ルーチンとして次に示す関数 F651 が用意されている。なお、重み行列 Q_y および R は演算の中でキーインで設定するようになっている。

{OptC(AP, B2, CP)1} I4J1K2; (関数 F651)

(この 4, 1, 2 の数字は下記参照)

この関数 F651 を呼び出すことで、最適レギュレータ(LQR)を計算することができる。ここで、I, J, K の番号は運動方程式の行列の次元を表す。

I=NX=4: 飛行機のダイナミクス

J=NU=1: コントロー舵面数

K=NY=2: 評価関数の応答の数

求められたフィードバックゲイン F (ただし、 $u = -F \cdot x$) は、インプットデータ内の最適レギュレータの関数 651 が記述されている行の次の行から、状態量 4 個のゲイン G に収納される。

```

18 Z21={u(m/s)}; H 0 201 21 0 0 0 0
19 Z22={ALP(deg)}; H 0 205 22 0 0 0 0
20 Z23={q(deg/s)}; H 0 203 23 0 0 0 0
21 Z24={THE(deg)}; H 0 204 24 0 0 0 0
22 //*****
23 //<<De 系, ここから記述>>....
24 Z29=U1*G; (THEC) H 0 0.1000E+01 52 29 1 0 0 0
25 Z30={t=G} Z24; H 0 0.0000E+00 82 30 24 0 0 0
26 Z12=Z30+Z29; H 0 35 12 30 29 0 0
27 Z37=Z24-Z12; H 0 36 37 24 12 0 0
28 //
29 CP(I1, J2); H 0 0.1000E+01 614 1 2 0 0 0
30 CP(I2, J4); H 0 0.1000E+01 614 2 4 0 0 0
31 {OptC(AP, B2, CP)1} I4J1K2; H 0 ゲイン 651 4 1 2 0 0
32 Z31=Z21*G; H 0 -0.8201E-01 53 31 21 0 0 0
33 Z32=Z22*G; H 0 0.4769E+00 53 32 22 0 0 0
34 Z33=Z23*G; H 0 -0.1791E+01 53 33 23 0 0 0
35 Z34=Z24*G; H 0 -0.3155E+01 53 34 37 0 0 0
36 //
37 Z35=Z31+Z32; H 0 35 35 31 32 0 0
38 Z36=Z35+Z33; H 0 35 36 35 33 0 0
39 Z38=Z36+Z34; H 0 35 38 36 34 0 0
40 Z40=Z38*G; H 0 -0.1000E+01 53 40 38 0 0 0
41 //(開ループ, 根軌跡用ゲイン)(De)
42 Z1={RGAIN(De)} Z40; H 0 301 1 40 0 0 0
43 //(Z1 が舵角 De に接続される)

```

図 2 は、上記インプットデータの制御則部分を図にしたものである。

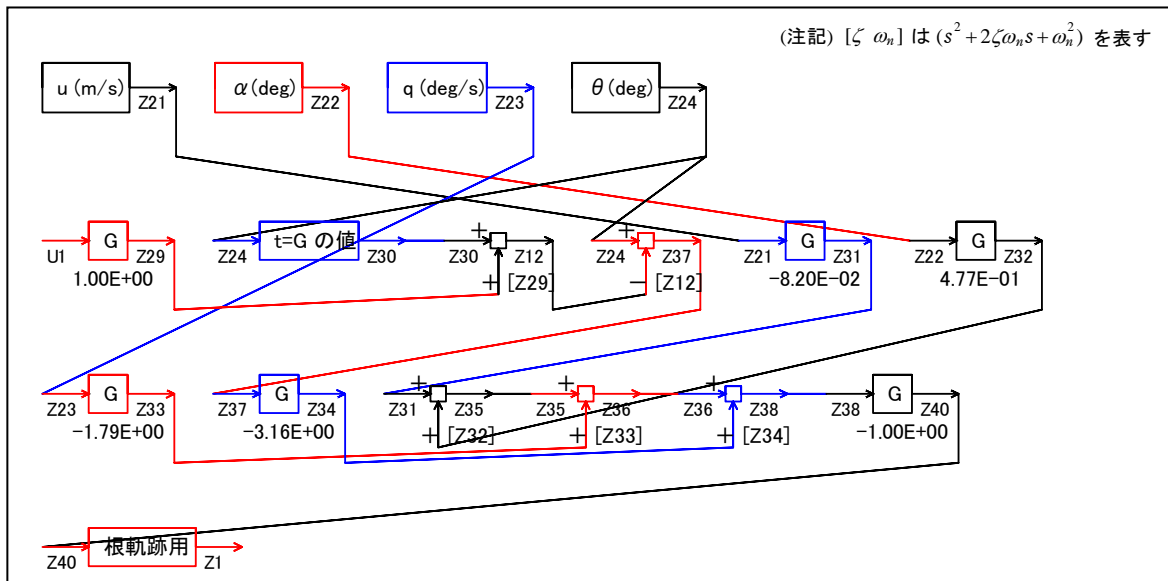


図 2 KMAP 線図

解析手順を以下に示す。

- (1) KMAP114 以降のソフトを立ち上げ、自動解析 “23” 選択
- (2) 設計方式 “13” 選択
- (3) 機体データ取得方法 “99” 選択
- (4) 機体データリストから例えば “44” (CDES. B777-200. Y120505. DAT) 選択
- (5) 制御則リストから “503” (最適レギュレータによるピッチ角制御 1) 選択
- (6) 途中で、「インプットデータ修正(後半部)」が表示されるので
 “0 1 7” をそれぞれキーインすると、下記が表示される。
 ここで、例えば $Q_y(2, 2)=10$ に修正して “0” で進むと解析が終了する。

```

.....<<< 最適レギュレータ >>>.....
----<最適レギュレータ> (重み Qy, R) ----
[ 1].... Qy( 1, 1)=  0.1000000E+01
[ 2].... Qy( 2, 2)=  0.1000000E+02
[ 3].... R( 1, 1)=  0.1000000E+01
----(INPUT)---- CHNG?=

```
- (7) 「解析結果の表示」ができるが、この画面を上スクロールすると、下記のデータを見ることができる。

```

....AP..... NI= 4 NJ= 4
-0.3527D-01  0.7448D-01  0.0000D+00 -0.1707D+00
-0.1492D+00 -0.8449D+00  0.1000D+01 -0.7386D-02
 0.3188D-01 -0.5865D+00 -0.9110D+00  0.1578D-02
 0.0000D+00  0.0000D+00  0.1000D+01  0.0000D+00

....B2..... NI= 4 NJ= 1
 0.0000D+00
-0.4478D-01
-0.6490D+00
 0.0000D+00

....CP..... NI= 2 NJ= 4
 0.0000D+00  0.1000D+01  0.0000D+00  0.0000D+00
 0.0000D+00  0.0000D+00  0.0000D+00  0.1000D+01

<O MATRIX>... NI= 4 NJ= 4
-0.1779D-08 -0.3388D-08 -0.6515D-08  0.3492D-08
-0.5617D-08 -0.2452D-07  0.8756D-07  0.6988D-07
 0.2772D-07 -0.6375D-07 -0.1055D-06 -0.2167D-06
 0.5818D-07 -0.6734D-07 -0.3302D-06 -0.4489D-07

F;(u=-F·X)... NI= 1 NJ= 4
-0.8201D-01  0.4769D+00 -0.1791D+01 -0.3155D+01

```

(7) フィードバックゲインが求まったので、これから安定解析などを行う。

「解析結果の表示」で、“15”とキーインすると、計算に使われたインプットデータ「CDES.44.DAT」が表示される。

これからの解析計算時に再びフィードバックゲイン計算を実施しないようにするために、この DAT ファイルにて<<縦系制御則>>の部分の下記 3 行を削除して保存する。

```

29 CP(I1, J2);          H 0  0.1000E+01  614  1  2  0  0  0
30 CP(I2, J4);          H 0  0.1000E+01  614  2  4  0  0  0
31 {OptC(AP, B2, CP) 1} I4J1K2;  H 0          651  4  1  2  0  0

```

(8) 「解析結果の表示」画面で、“0”をキーインすると、次のように表示される。

AUTO ファイルを修正して再計算しますか (0=No, 1=Yes(保存後)) -->

ここで、“1 0 1 7”をそれぞれキーインすると修正されたデータで解析が実行される。

(9) 再び「解析結果の表示」画面がでるので、“9”を選択すると、次の安定解析結果が表示される。

```

..... (釣り合い飛行時のデータ) .....
S = 0.42800E+03 (m2)   CBAR = 0.79460E+01 (m)   Hp = 0.15000E+04 (ft)
W = 0.16091E+06 (kgf)  qbarS= 0.19261E+06 (kgf)  ROU = 0.11952E+00 (kgf·s2/m4)
V = 0.86778E+02 (m/s)  VKEAS= 0.16500E+03 (kt)   Iy = 0.29381E+07 (kgf·m·s2)
θ = 0.37503E+01 (deg)  α = 0.37503E+01 (deg)   CG = 0.25000E+02 (%MAC)

```

CL= 0.83552E+00 (－) CD = 0.13046E+00 (－) CD α = 0.83579E-02 (1/deg)
 (この CL, CD, CD α は初期釣合 G に必要な CL, CD, CD α です)
 T= 0.24890E+05 (kgf) δf = 0.20000E+02 (deg) δe = -0.18750E+01 (deg)
 縦安定中正点 (neutral point) hn=(0.25-Cm α /CL α)*100= 0.48981E+02 (%MAC)
 脚 Δ CD= 0.20000E-01 (－), スピードブレーキ Δ CD= 0.40000E-01 (－)
 脚-DN, スピードブレーキ オフン, 初期フラップ角 δf_{pilot} = 0.20000E+02 (deg)
 (微係数推算用フラップ δf = 0.20000E+02 (deg))

(CG=25%)	(CG= 25.00%)	(フライト [*] 有次元)
Cxu = -0.370447E+00	Cxu = -0.370447E+00	Xu = -0.352729E-01
Cx α = 0.622359E-02	Cx α = 0.622359E-02	X α = 0.744793E-01
Czu = 0.000000E+00	Czu = 0.000000E+00	Zu' = -0.149163E+00
CL α = 0.107157E+00	CL α = 0.107157E+00	Z α ' = -0.844858E+00
CL δe = 0.578104E-02	CL δe = 0.578104E-02	Z δe ' = -0.447807E-01
CL δf = 0.214863E-01	CL δf = 0.214863E-01	Z δf ' = -0.166436E+00
Cmu = 0.000000E+00	Cmu = 0.000000E+00	Mu' = 0.318765E-01
Cm α = -0.256978E-01	Cm α = -0.256978E-01	M α ' = -0.586496E+00
Cm δe = -0.220628E-01	Cm δe = -0.220628E-01	M δe ' = -0.648975E+00
Cm δf = -0.624080E-02	Cm δf = -0.624080E-02	M δf ' = -0.150711E+00
Cmq = -0.292362E+02	Cmq = -0.292362E+02	Mq' = -0.910970E+00
Cm α D = -0.896045E+01	Cm α D = -0.896045E+01	M θ ' = 0.157843E-02
(Mu = 0.000000E+00)	(M α = -0.767044E+00)	(M δe = -0.658544E+00)
(M δf = -0.186279E+00)	(Mq = -0.697268E+00)	(M α D = -0.213702E+00)

(NAERO=11) 縦 δe コントロールシステム解析

●出力キーイン: i=4:u, 5:ALP, 6:q, 7:THE (不明なら 7 入力)

----(INPUT)---- 出力 i=7

***** (フィードバック前の極チェック) *****

***** POLES *****

POLES(4), EIVMAX= 0.117D+01

N	REAL	IMAG	
1	-0.88448252D+00	-0.76946084D+00	[0.7545E+00, 0.1172E+01]
2	-0.88448252D+00	0.76946084D+00	周期 P(sec)= 0.8166E+01
3	-0.11068081D-01	-0.11807027D+00	[0.9333E-01, 0.1186E+00]
4	-0.11068081D-01	0.11807027D+00	周期 P(sec)= 0.5322E+02

(以下の解析結果はインプットデータの制御則による)

***** POLES AND ZEROS *****

POLES(4), EIVMAX= 0.1601D+01

N	REAL	IMAG	
1	-0.11284859D+01	-0.11363368D+01	[0.7047E+00, 0.1601E+01]
2	-0.11284859D+01	0.11363368D+01	周期 P(sec)= 0.5529E+01
3	-0.62161167D+00	0.00000000D+00	
4	-0.53475480D-01	0.00000000D+00	

ZEROS(2), II/JJ= 7/ 1, G= 0.2048D+01

N	REAL	IMAG	
1	-0.78944064D+00	0.00000000D+00	
2	-0.50221015D-01	0.00000000D+00	

***** POLES AND ZEROS *****

POLES(4), EIVMAX= 0.1172D+01

N	REAL	IMAG	
1	-0.88448252D+00	-0.76946084D+00	[0.7545E+00, 0.1172E+01]
2	-0.88448252D+00	0.76946084D+00	周期 P(sec)= 0.8166E+01
3	-0.11068081D-01	-0.11807027D+00	[0.9333E-01, 0.1186E+00]
4	-0.11068081D-01	0.11807027D+00	周期 P(sec)= 0.5322E+02

ZEROS(3), II/JJ= 1/ 4, G=-0.1141D+01

N	REAL	IMAG	
1	-0.11605641D+01	-0.30801455D+00	[0.9665E+00, 0.1201E+01]
2	-0.11605641D+01	0.30801455D+00	
3	-0.40076607D-01	0.00000000D+00	

周波数	ゲイン余裕	位相余裕
1.50000 (rad/s)		(1) 84.35104 (deg)
ゲイン余裕最小値=900.00000 (dB),		位相余裕最小値= 84.35104 (deg)

- (注 1) 空中では初期速度が 10kt を超え,かつ,インプットデータで脚下げ指定の場合は脚 DN およびスピードブレーキオープンとしてトリム計算する.
(注 2) 空中では初期速度が 10kt 以下の場合は,フラップと連動して,フラップ 5° 以上で脚 DN とする.
(注 3) 滑走中は脚は常に DN,また,スピードブレーキは初期速度が 10kt を超える場合にオープン.

なお,上記解析結果は,最初のフィードバックゲイン計算時に表示できる結果の「...(釣り合い飛行時のデータ)...」とは異なるので注意する。(上記のように(7)以降の方法で解析すること)

- (10) 「解析結果の表示」で“1”を選択すると,安定解析図が次のように得られる.

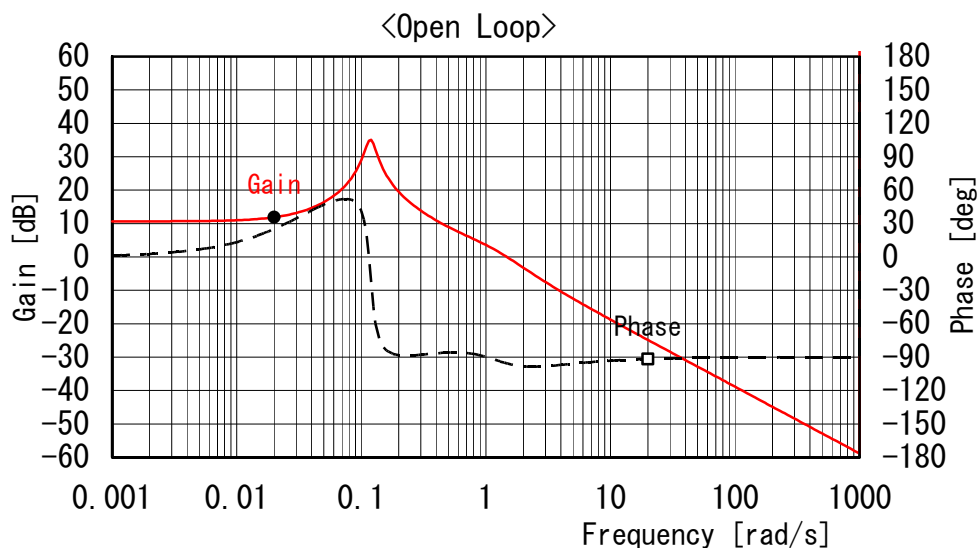


図 3 オープンループの周波数特性

ここで,ゲイン余裕と位相余裕の数値は,上記(9)のところに既に表示されているので参照ください.

その他の解析結果を下記に示す.

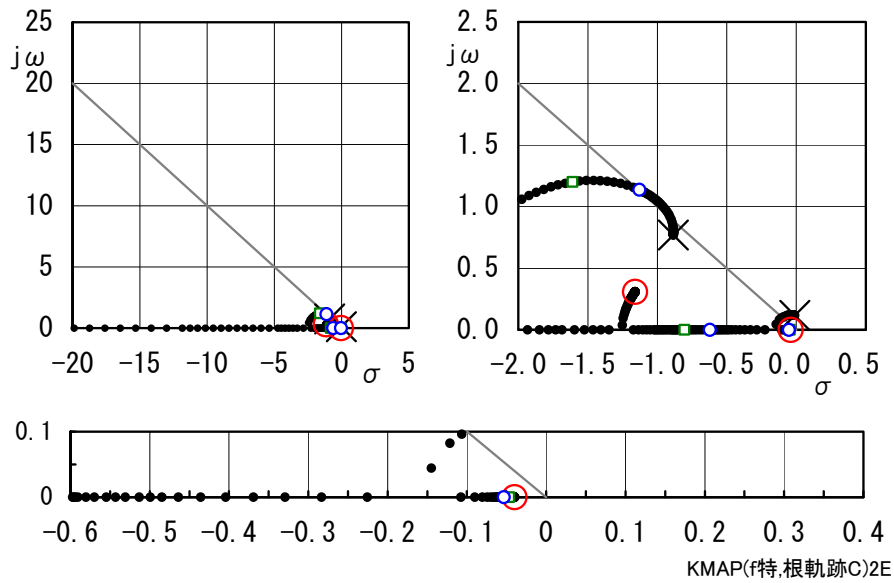
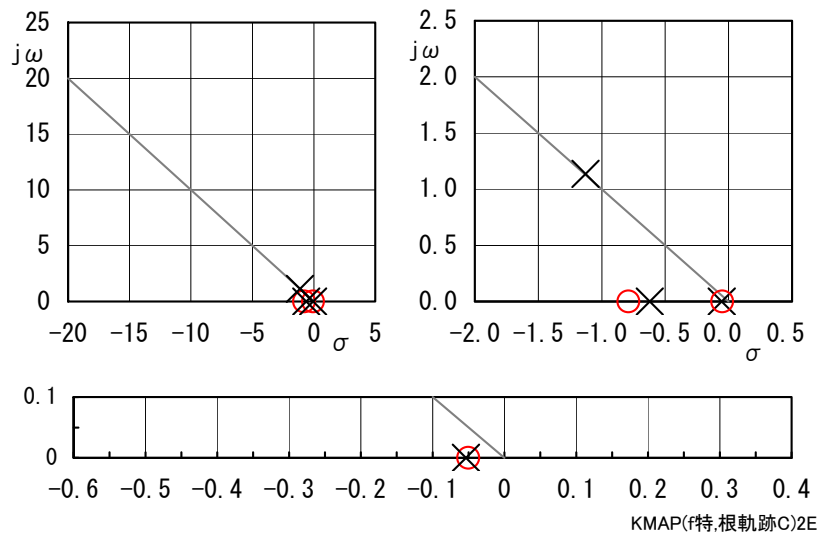
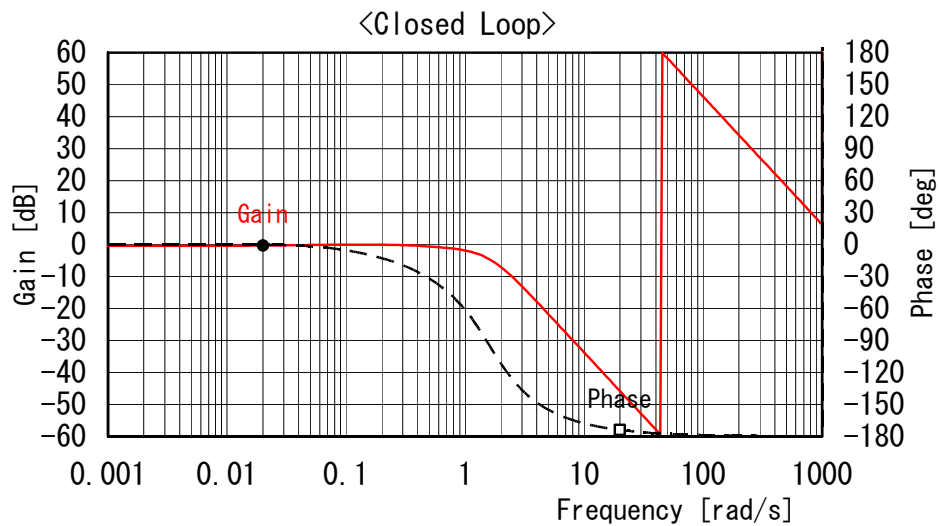


図4 根軌跡

図5 ピッチ角 $\theta/U1$ の極・零点図6 ピッチ角 $\theta/U1$ の周波数特性

(11) 「解析結果の表示」で“2”を選択すると、シミュレーション図が次のように得られる。(種々のスケールの図があるので選択可能)

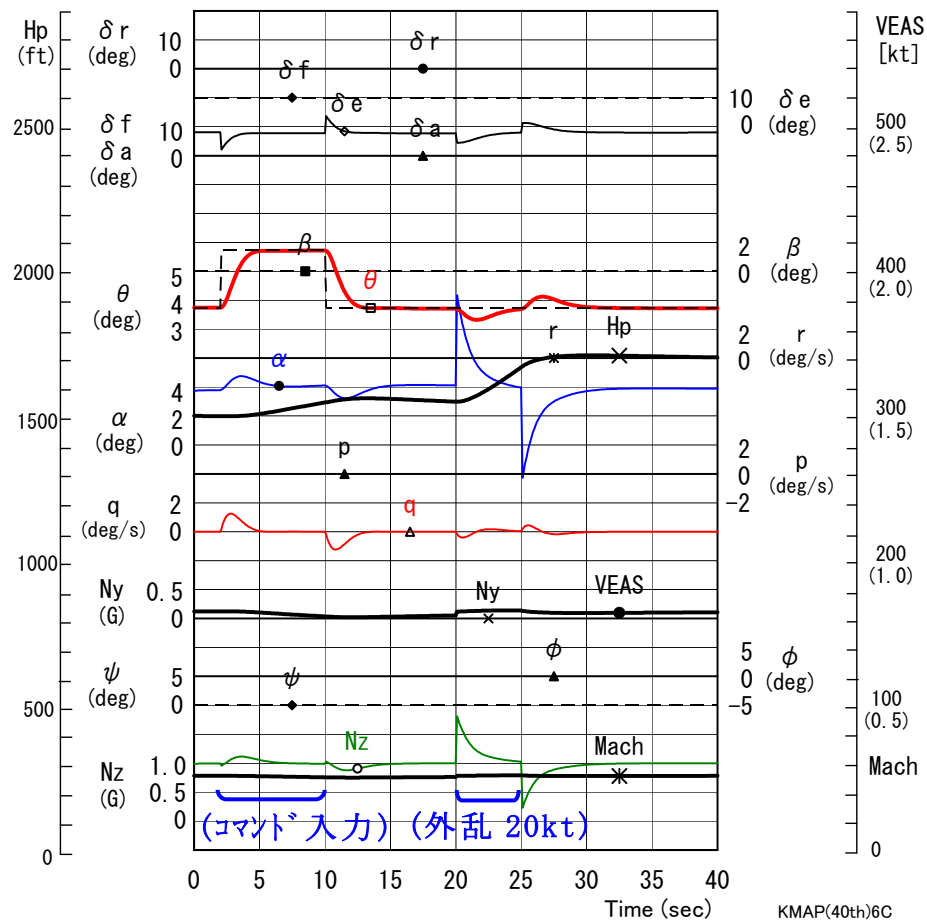


図7 ピッチ角コマンド入力のシミュレーション

図7のシミュレーションには、20秒～25秒に横ガスト20ktが入力されているが、これは、インプットデータ(“15”キーインで表示できる)の中で次のように指定している。

```

....<vgust Input>.....
t1gust(s)      =      5.000
t2gust(s)      =     10.000
vgust12(kt)    =      0.000
t3gust(s)      =     20.000
t4gust(s)      =     25.000
vgust34(kt)    =     20.000

```

なお、<解析結果の表示>で“3”を選択すると、Ecex1図によって次のように機体3面図が得られる。

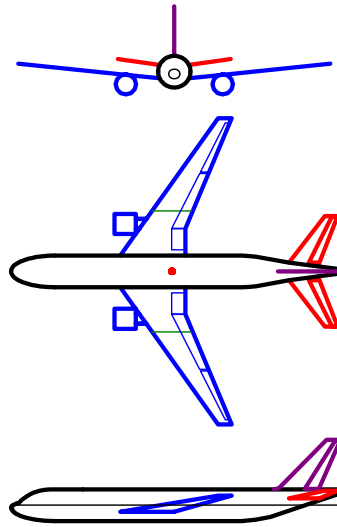


図 8 機体 3 面図

(画面に表示された文章や図をワード文書で利用するには,当該部分の領域を選択し,ワードの「編集」タグから「形式を選択して貼り付け」を実施すると精度よく貼り付けることができる)

参考文献

- 1) 片柳亮二：例題で学ぶ航空制御工学，技報堂出版，2014.

以上